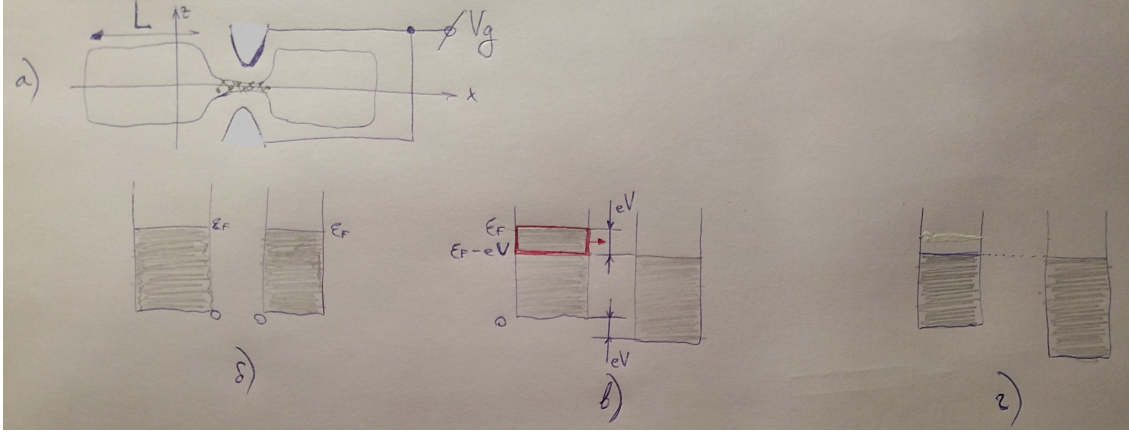


Самый простейший Ландауер

Рассмотрим систему, состоящую из двух достаточно больших кусков металла (резервуаров), соединенных друг с другом через некоторый мезоскопический контакт, содержащий произвольный рассеиватель (см. рис а)).



В области контакта будем предполагать, что электроны не взаимодействуют с окружением (это обеспечивается большим значением разницы в энергиях уровней поперечного квантования из-за малой ширины перешейка), а в резервуарах — напротив, электроны быстро приходят в равновесие. Ограничимся случаем нулевой температуры $T = 0$. При этом равновесие будет означать, что многочастичная система находится в основном состоянии, когда все уровни с энергией ниже $\mu = \varepsilon_F$ заполнены, а все, которые выше ее — свободны. (см. рис. б)) μ — это химпотенциал, а ε_F — энергия Ферми, и при нулевой температуре в металлах никакой разницы между ними нет. Уровни определяются решением одночастичной задачи (один электрон в резервуаре с соответствующими граничными условиями). Если электроны не взаимодействуют, то многочастичное состояние получается заселением электронов на одночастичные уровни. В соответствии с принципом Паули для фермионов, на один уровень можно поселить только один электрон или не посадить не одного.

Собственные волновые функции для гамильтониана (периодические граничные условия) имеют вид (выбрали в виде бегущих волн, так что они еще и собственные для оператора импульса \hat{p})

$$\psi_{n,k}(x, z) = \frac{1}{\sqrt{L}} \chi_n(z) e^{ikx},$$

а их энергии

$$E_{n,k} = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}.$$

Здесь x — координата, вдоль которой идет транспорт (резервуар длины L), z — поперечная координата (обычно мы в 2D) или их совокупность, n — номер уровня в поперечном квантовании.

Пока нет никакого напряжения, химпотенциалы совпадают. Будем рассматривать электрон в левом резервуаре, находящийся в состоянии с $k > 0$, как налетающий на рассеиватель (вероятность пройти — $T_{n,k}$). Он мог бы перейти в соседний резервуар, но там соответствующая ячейка занята. Поэтому он не может этого сделать. То же самое для правого резервуара. Никакого тока, очевидно, нет.

Пусть теперь к проводникам приложена некоторая разница потенциалов. Уровни (скажем, справа) сдвинутся на величину $-eV$, где V — приложенная разница потенциалов (см. рис. в)). Потечет ток. Если не поддерживать количество электронов в каждом резервуаре, то очень быстро система придет в равновесие, химпотенциалы выравниваются (что есть одно из условий термодинамического равновесия) и ток прекратится. (см. рис. г)) При этом химпотенциал в отсутствие внешнего поля μ_0 в правом резервуаре (мы считаем, что в левом ничего не меняется) изменится на величину eV . (см. ЛЛ-5, параграф 25)

Но пусть число электронов поддерживается постоянным и течет ток (см. рис в)). Теперь, рассматривая электроны слева с $k > 0$, как налетающие, мы видим, что для k и n из области, выделенной красным, есть подходящие пустые ячейки справа (с такой же энергией и большим k , в соответствии с сохранением энергии). Справа электроны не могут перейти в левый резервуар (ячейки заняты или их нет). Чтобы найти плотность тока, посчитаем поток вероятности для каждого одноэлектронного состояния в области, непосредственно перед налетом на рассеиватель, домножим на заряд электрона, домножим на коэффициент прохождения и просуммируем по k и n для уровней из красной области.

От одного состояния:

$$j_\psi = e \frac{i\hbar}{2m} [\psi^* \partial_x \psi - \psi \partial_x \psi^*] = \frac{e \hbar k}{L m} |\chi_n(z)|^2$$

Суммарный вклад:

$$j = \sum_{n; k > 0 | \varepsilon_F - eV < E_{k,n} < \varepsilon_F} T_{n,k} j_{\psi_{n,k}}.$$

Ток:

$$I = \int dz j = \sum_{n; k > 0 | \varepsilon_F - eV < E_{k,n} < \varepsilon_F} \frac{e \hbar k}{L m} T_{n,k}.$$

Нужно перейти от суммирования по k к интегрированию по k (вспомнив, что граничными условиями разрешены только уровни с $k = 2\pi m/L$):

$$\sum_k \rightarrow L \int \frac{dk}{2\pi}$$

а потом — к интегрированию по энергии:

$$\int \frac{dk}{2\pi} \rightarrow \frac{m}{\hbar^2 k} \int \frac{dE}{2\pi}$$

Множитель k/m сокращается, получим:

$$I = \sum_{n | \varepsilon_n < \varepsilon_F} \int_{\varepsilon_F - eV}^{\varepsilon_F} \frac{d\varepsilon}{2\pi \hbar} e T_{n,k} = \sum_{n | \varepsilon_n < \varepsilon_F} \frac{e^2 V}{2\pi \hbar} T_n(\varepsilon_F).$$

Обратите внимание, что вклад дадут только те n , у которых $\varepsilon_n < \varepsilon_F$. Вместо $T_{n,k}$ взяли $T_n(\varepsilon_F)$, считая, что зависимость от k на масштабе $eV \ll \varepsilon_F$ вблизи поверхности Ферми слабая.

Если нет спиновых эффектов, то для учета спина, ток надо просто удвоить, учитывая вклад от каждой проекции. Получим формулу Ландауера:

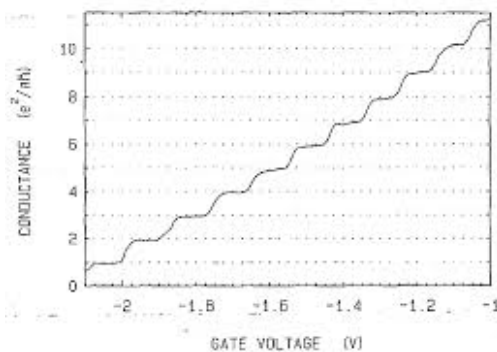
$$G = \frac{2I}{V} = \frac{e^2}{\pi \hbar} \sum_{n | \varepsilon_n < \varepsilon_F} T_n(\varepsilon_F).$$

Величина

$$G_Q = \frac{e^2}{\pi \hbar} \approx (13 \text{ k}\Omega)^{-1}$$

называется квантом кондактанса (если бы спин не учитывали, было бы $26 \text{ k}\Omega$, такую величину тоже иногда называют квантом кондактанса).

Экспериментаторы могут менять потенциал, на котором происходит рассеяние и, как следствие, число открытых каналов, с помощью дополнительных затворных электродов, меняя потенциал на нем. При этом они наблюдают квантование кондактанса.



Ведущее приближение для рассеивающей области — седловой потенциал, который описывается следующим выражением:

$$U = -\frac{m\omega_x^2 x^2}{2} + \frac{m\omega_z^2 z^2}{2} + V_g.$$

Рассеяние на нем мы начали обсчитывать на занятии. Доделайте и получите ступенчатую зависимость G от V_g , объяснив результаты эксперимента.

—
Разумеется, есть гораздо более строгие выводы (см. вложения в письме).

Оказывается, что при ненулевой температуре (не очень большой) практически ничего не меняется.

Еще важно понимать, что диссипация энергии происходит не в рассеивателе, а на контактах с резервуарами, когда электроны с одной функцией распределения после прохождения рассеивателя влетают в резервуар с другой функцией распределения. Происходит их термализация, при которой энтропия и повышается.

По аналогичным причинам для такого вида электронного транспорта не работает обычная формула сложения последовательно соединенных сопротивлений (в случае, если подсоединить два рассеивателя последовательно, без промежуточного резервуара).

—
Также часто рассматривают ситуацию, когда рассеяние из одной моды может происходить в разные моды с соответствующими амплитудами. Прохождение через такой рассеиватель описывают S -матрицей, содержащей матрицу t , которая содержит амплитуды прохождения из разных каналов слева в разные каналы справа (она не обязательно квадратная, количество каналов слева и справа может отличаться). Тогда нужно заменить:

$$\sum_n T_n \rightarrow \text{tr} t^\dagger t.$$

То есть, в качестве T_n следует взять собственные числа матрицы $t^\dagger t$.

Метод матрицы рассеяния для описания электронного транспорта очень нагляден, прост и достаточно мощен, поэтому популярен. С помощью него описывается масса интересных явлений, в том числе в системах со сверхпроводимостью, ферромагнетизмом и топологическими явлениями.

Один из примеров, следующих за формулой Ландауера — множитель в выражении для дробового шума (он называется фактор Фано, его нередко измеряют экспериментальные люди):

$$F = \frac{\sum_n T_n (1 - T_n)}{\sum_n T_n}.$$

Туннельный барьер (тонкий слой диэлектрика) описывается набором T_n , в котором все $T_n \ll 1$. Провод с большим количеством примесей (так что электроны двигаются в нем диффузно), описывается такой функцией распределения для T_n (называется она распределением Дорохова или бимодальным распределением):

$$\mathcal{P}(T_n) = \frac{G}{2G_Q} \frac{1}{T_n \sqrt{1 - T_n}}.$$