

Задачи к семинару «Фазовая теория рассеяния»

14 февраля 2018

Задача 1. Flatland, you again? (20 баллов)

Постройте фазовую теорию рассеяния в двумерье для случая осесимметричных потенциалов. А именно, выразите через фазовые сдвиги δ_m амплитуду рассеяния $f(\varphi)$, парциальные сечения рассеяния σ_m и полное сечение σ . Выведите оптическую теорему в двумерье.

Напомним, амплитуда рассеяния в двумерье выражается через асимптотику волновых функций следующим образом:

$$\psi(\mathbf{r}) = e^{ikr \cos \varphi} + f(\varphi) \cdot e^{i\pi/4} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}}$$

Задача 2. Мистические сокращения (20 баллов)

Используя результат предыдущей задачи, фазовые сдвиги для рассеяния в двумерье на потенциале $V(r) = \frac{\beta}{2mr^2}$. Исследуйте предел «слабого» ($\beta \ll 1$) и «сильного» ($\beta \gg 1$) потенциала.

(Для любознательных) Полученный ответ может вас натолкнуть на некоторую гипотезу, которую, в принципе, можно потом проверить численно. Докажите эту гипотезу.

Задача 3 (15 баллов)

Найдите вклад в сечение рассеяния на твёрдом шаре радиуса a от рассеяния медленных частиц в р-канале.

Задача 4 (20 баллов)

Найдите полное сечение рассеяния быстрых частиц на твёрдом шаре радиуса a .

Задача 5 (25 баллов)

Найдите фазовые сдвиги, а также сечение рассеяния достаточно быстрых частиц ($kL \gg 1$) для потенциала, спадающего на бесконечности как $V(r) \simeq \frac{L}{2mr^3}$ и имеющего характерный размер $r \sim a$ (примером такого потенциала может служить модельный потенциал $V(r) = \frac{L}{2m(r^2+a^2)^{3/2}}$). Исследуйте случаи $kL \ll \frac{L^2}{a^2}$ и $kL \gg \frac{L^2}{a^2}$.